博士（工学）　亀ヶ谷　　博

学位論文題名

変分原理に基づく熱流体場の有限要素解析

学位論文内容の要旨

自然対流の場や，熱連成場は工学上しばしば見られるものであり，厳密な見方をすれば，工学的な諸問題はすべて，そのいずれか，あるいはその両者を含む形で存在する。たとえば，原子炉の炉心において，冷却材は燃料体より受熱しながら流れるが，燃料体内の温度分布は燃料被覆管外面の熱伝導率すなわち冷却材の流動状態に深く依存しているにもかかわらず，その温度分布算出の境界条件として燃料被覆管の外面温度ないしは外面熱流束を用いて解析を進めなければならない。さらに，原子炉事故時の安全解析などにおいて，冷却材流速の低下した条件の下では，流れの場に自然対流の効果が強く顕われて問題をさらに複雑にする。同様な状況は，連続鋳造における冷却や，半導体集積回路などの際にも見られる。

熱連成場を流体側，固体側に分離することなく，解析することができるならば計算の能率は格段と向上する。そのための方法の一つとして，本論文では変分原理に基づく熱流体場の有限要素解析法を提案する。有限要素法による熱流体場の解析は，比較的最近に到って多少の試みが成されて発表されているが，いまだ体系的に確立されているとは言い難く，特に流れ場解析における浮力の取り扱い方や，流体中の温度場解析の検討は，不充分であった。本論文では，それらの点を解決し，結果として固体内温度との連成場の解析を可能とした。

熱流体の挙動解析には従来，流れの運動方程式，熱エネルギ式などの基礎式が用いられている。本論文では，これらの基礎式を用いないで，変分原理に基づく熱流体のための解析理論を確立している。この理論は現象をエネルギ系で扱う。現象をエネルギ系で扱うため，物理的な意味が明確で，物理現象と対応しやすい。したがって，現象が複雑になり，方程式が不明の場合でも，解析可能になるという特徴を持っている。本論文の構成と概要は次の通りである。

第１章緒論では，熱流体の挙動解析に関する各種理論の特徴と研究の現状を調べ，本論文の工学的意義と概要を述べている。

第２章では，第３～５章で提案する変分原理の特徴および解析方法として用いる有限要素法を概説している。

第３章では，熱流体の挙動解析において基礎となる粘性流体のための仮想仕事の原理を提案した。仮想仕事の原理は通常，固体力学の分野で用いられており，変分原理の一種である。初めに，流体中でなされる各種仮想仕事を誘導した。これらの各種仮想仕事より仮想仕事の方程式を構成した。この方程式が粘性流体のための仮想仕事の原理になる。この原理に基づいて，有限要素法を定式化した。この有限要素法の妥当性を検証するために，２次元の段付き流路内の粘性流動を有限要素解析した。解析結果は従来の重み付き残差法を用いた有限要素法の解と一致することが確かめられた。したがって，固体力学で用いられる仮想仕事の原理は流体力学でも適用可能であることが判明した。

第４章では，第３章で確認された粘性流体のための仮想仕事の原理に基づいて，熱流体のための変分原理を構築した。流体に温度差があると，浮力が働く。そこで，浮力を考慮した粘性流体のための仮想仕事の原理を提案した。また浮力は流体の温度場より決定されるので，熱伝導項，熱対流項および発熱項を考慮した流体の温度場解析のための変分原理を提案した。これらの変分原理は速度と温度が連成項になっているので，連立させると熱流体のための変分原理になる。熱流体のための変分原理に基づいて，有限要素法を定式化した。この有限要素法を確認するために，初めに，２次元キャビティ内の強制対流を有限要素解析した。この計算結果は従来の差分解や重み付き残差法を用いた有限要素解に一致した。なお，この解析では流体はブジネスク近似が成立すると仮定している。ところが，流体内において温度差が大きくなると，流れ場と温度場に対する密度や粘性係数などの物性値の温度依存性は無視できなくなる。そこで，上述の２次元キャビティ内の強制対流に物性値の温度依存性を考慮した有限要素解析を行なった。その結果，本有限要素法が物性値の温度依存性を考慮した場合にも適用できることが判明した。次に，２次元密閉容器内の自然対流を有限要素解析した。本解析結果も従来の差分解に一致した。以上のことから，変分原理に基づく熱流体場の有限要素解析法の妥当性が確認された。

第５章では，第４章で構築した熱流体のための変分原理を発展されて，固体と流体との熱連成場のための変分原理を提案した。熱連成場の扱い方として，固体と流体を個別または一体化して扱う方法がある。個別に扱うと，境界面において熱的境界条件（熱流束の連続性の条件と温度一致の条件）を満足させるための反復演算が必要になる。この反復演算のアルゴリズムは複雑で，また演算時間が不経済である。一体化して扱うと，熱的境界条件は，自動的に満足されるので，反復演算が不要になり，上記の欠点は解消される。ところが，一体化して扱っている従来の方法は境界面において両者の熱伝導率を平均化する操作を用いている。このため両者の熱伝導率の比が大きくなると，境界面上の温度分布や熱流束を正確に評価できなくなる。本論文で提案する固

体と流体との熱連成場のための変分原理は，両者を一体化して扱い，さらに境界面において両者の熱伝導率を平均化する操作を用いていないので，精度の高い解析が可能になる。次に，固体と流体との熱連成場のための変分原理に基づいて，有限要素法を定式化した。この有限要素法を確認するために，内部発熱があり，厚みのある垂直平板と周囲流体との2次元定常および非定常自然対流熱連成場を有限要素解析した。本解析モデルは固体部として原子炉の燃料体や電子機器の半導体集積回路素子などを想定したモデルである。本解析法による計算結果は実験値に合致した。したがって，本変分原理に基づいて熱連成場を有限要素解析すると，原子炉の燃料体や電子機器のIC素子などにおける内部の温度分布，周囲流体の温度分布と流動状態，さらに境界面上における局所的な熱伝達率を能率良く求めることが可能となる。温度場，流れ場および局所熱伝達率を知ることにより原子炉の安全設計やIC素子の信頼設計などに役立つ情報が得られることになる。以上のことより，本変分原理に基づく熱連成場の有限要素法は工学的にも，工業的にも意義のある解析法である。

第6章結論では，第3章から第5章までに著者が提案した各種理論の特徴と得られた結果のまとめ，および今後の展望について述べた。

学位論文審査の要旨

主　査　教　授　石　黒　亮　二
副　査　教　授　石　川　迪　夫
副　査　教　授　粥　川　尚　之
副　査　教　授　木　谷　　勝
副　査　教　授　福　迫　尚一郎

自然対流は，流れの場と温度の場が相互に影響を及ぼし合うので複雑な非線形の性質を持つ。また，温度場を形成する熱源は，多くの場合は，流体と接する固体壁の中に存在するために，流体と固体とは界面を隔てながらも互いに熱的に密接な関係を保っている。流体と固体とが熱的に連成する場を本論文では熱連成場と呼んでいる。

自然対流場や熱連成場は工学上しばしば表れるものである。たとえば，原子炉の炉心において，冷却材は燃料体より受熱しながら流れるが，燃料体内の温度分布は燃料外面の熱伝達率分布，す

なわち冷却材の流動状態に深く依存しているにもかかわらず，通常用いられている計算方法においては，流体側温度分布と固体側温度分布の算出を別個に行い，燃料表面の熱的境界条件が合致するまで繰り返して計算を行なうものである。さらに，原子炉事故時の安全解析などにおいて，冷却材流速の低下した条件の下では，流れの場に自然対流の効果が強く顕われて問題をさらに複雑にする。同様な状況は，連続鋳造における冷却や，半導体集積回路の冷却の問題など，多くの工学問題に見られる。

熱連成場を流体側，固体側に分離することなく，解析することが出来るならば計算の能率は格段と向上する。そのための方法と一つとして，本論文では変分原理に基づく有限要素解析を提案している。有限要素法による熱伝達の解析手法はいまだ体系的に確立されているとは言い難く，特に流れ場解析における浮力の取り扱い方や，流体中の温度場解析の検討は，充分ではなかった。本論文では，それらの難点を解決し，結果として流体内温度と固体内温度を同時に解析することを可能とする計算方法を新たに開発し，その検討結果を6章にまとめている。

第1章は緒論であり，従来同種の問題に広く用いられてきた解析方法を説明すると共に，本論文で提案する方法の特長を述べている。

第2章では，本論文で使用する変分原理と有限要素法についての基本的考え方と一般的な計算手法を説明している。

第3章では，仮想仕事の原理に基づく変分法を用いて粘性流体の流れ場を解くことを検討し，この原理の下で，有限要素法を定式化すると共に，例題の計算を通じて，この方法の正しいことを実証している。

第4章では，浮力のある場の考察を進め，第3章で導いた方法が自然対流場でも使用できるよう改良を加えている。

第5章では，前章までの方法を発展させて，熱連成場における固体内と流体内の温度場を一体的に取り扱うことを可能としている。従来の多くの解析法では，この両者を個別に取り扱い，境界面において熱的境界条件を満足させるための反復演算を行なうために，複雑なアルゴリズムと長い演算時間が必要であった。この論文で提案する新しい方法はこの点を根本的に改善する手法の一つであり，熱連成場解析のための画期的な提案である。

第6章は結論であり，本論文の全般を総括している。

これを要するに，本論文は，仮想仕事の原理に基づく変分原理を用いることで，浮力を含む熱連成場の解析を行い得ることを示している。その結果，この種の系の解法に従来の手法では必要であった反復演算を省き，計算を大幅に能率化したものであり，熱工学，動力工学に寄与すると

ころ大である。よって，著者は博士（工学）の学位を授与される資格あるものと認める。