博士（工　学）　青　木　寿　文

学位論文題名

衝撃荷重を受ける積層はりの有限変形解による微小変形解の評価

学位論文内容の要旨

固体力学における変形理論は，微小変形理論と有限変形理論とに大別される．前者は変位とひずみが微小であるとの前提のもと，変位とひずみの関係を線形近似し，さらに力や力のモーメントの釣合式を変形による幾何学的配置の変化を無視して表現する線形理論である．一方，後者はそのような前提条件のない，より一般的な理論である．変位とひずみの関係を線形近似することはできず，力や力のモーメントの釣合式も変形による幾何学的配置の変化を考慮して表現する．したがって，材料が線形弾性体であったとしても，支配方程式はこれらに起因した非線形性いわゆる幾何学的非線形性を有した方程式となる．

取り扱いの容易さなどから，固体の変形理論の実際問題への応用は微小変形理論による解法を中心として進められてきた．実際，構造用材料として非常に多く使われている金属の場合，弾性ひずみは大抵 10^{-3} 程度の小さいものであり，弾性挙動を問題とする限りそれで十分であった．また構造物が，要求される機能を維持し続けるためには，大きな変形が許されないのが普通であるため，微小変形として扱ってよいことが多く，材料力学などの工学的実用解析ではもっぱら線形な微小変形理論が使われてきた．しかし最近は，軽量，高強度で大きな弾性変形吸収能を有する合成樹脂系複合材が構造材として使用され始め，それまでの構造材に比べ大きな変形まで使用されることが多くなってきている．しかもそれら構造材は耐衝撃材としても注目されている．そのため，幾何学的非線形性を考慮した有限変形理論による動的問題の解析の重要性が高くなっている．

有限変形理論による解法は．有限要素法を用いて定式化された増分法による手法が有名である．ただしそれらの解法は，初学者にとっては，幾何学的非線形性を厳密に考慮した有限変形理論を正しく解釈した上で定式化しプログラムを自作することはもとより，汎用プログラムを確信を持って使用することすら難しい．この主たる理由の１つは，有限変形理論が基礎に置く力学は，テンソル理論による厳密な連続体力学に他ならず，それを退化させて線形な微小変形理論を得ることはできるが，その逆，すなわち線形な微小変形理論の延長上により一般性のある有限変形理論を得ることはできないこと，もう一つは，離散化して数値解析を行い，解を得るまでのプロセスが線形問題に比べて長く複雑であることにある．さらにその動的解析は静的解析以上の複雑さを伴い，したがって解析例は静的な

場合に比しても少なく，FRP 構造材などの衝撃問題の大部分は微小変形解析で行われている．これは演算の容易さのみならず，初期挙動については，微小変形解でもある程度定量・定性的特性を知ることができるからであろう

さて，大きな変形を伴う動的挙動を微小変形解によって近似的に評価するには，微小変形解と有限変形解による応答特性の違いを把握し，微小変形解の適用範囲を知ることが必要であるが，動的挙動において両解を比較し，このような検討を詳細に行った研究は見当たらない．また，有限変形解は変形や応力の履歴に依存するため，構造物に初期不整が存在する場合には，微小変形解との差が大きくなる可能性がある．実際，積層材などでは製造段階などで層間に寸法適合やはく離などの初期不整が入り得る．

以上のような背景から，本論文では，異なる初速度の飛翔体とはりとの弾性衝突問題について微小変形解析と有限変形解析を行い，衝突力やたわみおよび応力分布におよぼす初速度の影響の時間経過に伴う両解の相違を示し，微小変形解の適用範囲を検討する．

本論文は全５章より構成されている．第 1 章は緒言であり，衝撃荷重を受ける積層はりの有限変形解による微小変形解の評価に関する研究の意義を述べている．

第２章は，有限変形理論とその解法の説明であり，ひずみと変位が微小なときの説明も併記して微小変形理論との違いを示した．

第３章は，初期不整のないはりに対しての解析結果と考察であり，ここでは，ある程度大きな変形と微小変形解析では考慮不可能な軸線の伸びによる引張応力を生じる，両端を回転支持された単純支持はりを解析対象とし，その中央に飛翔体が衝突するものとした．飛翔体初速度の違いによる，衝突力やたわみ，応力分布から微小変形解と有限変形解の応答特性を調べ，微小変形解の適用範囲を検討した．Bernoulli-Navier はり理論とエネルギー保存則に基づいた無次元化により，微小変形解は初速度によらず結果は一致するが，有限変形解では，初速度による影響があり，初速度が大きく時間が経過するほど微小変形解との差が大きくなった．一般に，微小変形解は衝突の初期には適用可能であり，定性的に初速度の増大ともに微小変形解の時間的適用範囲は狭まるが，適用範囲を変形の大きさで判断すると初速度の増大とともに広がる．

第４章は，初期不整を考慮した積層はりに初期不整が入ったときの解析結果と考察である．拘束条件などは第 3 章と同様で，初期不整は熱ひずみ程度長さが異なる層を貼り合わせることにより与えた．初期不整の大きさにより，微小変形解と有限変形解の定性･定量的特性の違いを調べ，微小変形解の適用範囲を検討した．初期不整が飛翔体の衝突する上層に存在する場合，初期不整の大きさや飛翔体初速度により，微小変形解と有限変形解の差が小さくなる場合がある．

第５章は結言であり，本研究で得られた結果を要約している．

学位論文審査の要旨

主　査　　教　授　　佐々木　一　彰
副　査　　教　授　　山　田　　元
副　査　　教　授　　三　上　　隆

学位論文題名

衝撃荷重を受ける積層はりの有限変形解による微小変形解の評価

固体力学における変形理論は微小変形理論と有限変形理論とに大別される．前者は微小変形の仮定のもと，変位とひずみの関係を線形近似し，変形による幾何学的配置の変化を無視して場の方程式を表現する線形理論である．一方，後者はそのような近似を用いない，より一般的な理論であり，変位とひずみの関係は非線形となり，変形による幾何学的配置を考慮して場の方程式を表現する．したがって，材料が線形弾性体であったとしても，支配方程式はこれらに起因した非線形性，いわゆる，幾何学的非線形性を有した方程式となる．

さて，構造用材として多く用いられる金属の場合，弾性ひずみはたかだか 10^{-3} 程度であり，また，構造物が要求される機能を維持するためには大きな変形が許容されないため，取扱の容易さなどから，変形理論の実用問題への応用は線形微小変形理論による解法を中心に進められてきている．しかし近年，軽量・高強度で大きな弾性変形吸収能を有する合成樹脂系複合材が構造材として使用され始め，従来の構造材に比べ大きな変形まで使用されることが多くなってきていることに加え，耐衝撃材としても注目されるなど，幾何学的非線形性を考慮した有限変形理論による動的問題の解析の重要性が高くなっている．

有限変形理論による解法としては，有限要素法を用いて定式化された増分法による手法が有名であるが，その動的解析は静的解析以上の複雑さを伴うため，解析例は静的な場合に比しても少なく，FRP 構造材などの衝撃問題の大部分は微小変形解析で行われている．これは解析の容易さのみならず，初期挙動においては微小変形解でもある程度定性的・定量的特性を知ることができるためであると考えられる

このように大きな変形を伴う動的挙動を微小変形解によって解析する場合が多いが，その解析精度を評価するには，微小変形解と有限変形解による応答特性の違いを把握し，微小変形解の適用範囲を知ることが必要である．しかし，動的な問題で両解

を比較し，そのような検討を詳細に行った研究は現在まで見当たらない．さらに，有限変形解は変形や応力の履歴に依存するため，積層材などに良く見られる製造段階などでの層間はく離や寸法不適合などの初期不整構造物の問題も重要であるが，解析された例は少ない．

本論文は，異なる初速度の飛翔体とはりとの弾性衝突問題を例に動的微小変形解析と動的有限変形解析を行い，衝突力やたわみおよび応力分布におよぼす初速度の影響の時間経過に伴う両解の相違を示し，微小変形解の適用範囲を検討したものである．本論文の構成は以下のようである．

第１章は緒言であり，衝撃荷重を受ける積層はりの有限変形解による微小変形解の評価に関する研究の意義を述べている．

第２章は，有限変形理論とその解法の説明であり，微小変形理論の説明も併記して，両理論の相違を示している．

第３章は，初期不整のないはりに対しての解析結果と考察であり，大きな変形と微小変形解析では考慮不可能な軸線の伸びによる引張応力を生じる問題として，両端を回転支持された単純支持はりを解析対象としている．中央に飛翔体が衝突する場合の飛翔体初速度の違いによる衝突力・たわみや応力分布から，微小変形解と有限変形解の応答特性を調べ，微小変形解の適用範囲を検討した．Bernoulli-Navier はり理論とエネルギー保存則に基づいた無次元化により，微小変形解は初速度によらず結果は一致するが，有限変形解では初速度による影響があること，初速度が大きく時間が経過するほど両解の相違が大きくなること，初速度の増大とともに時間的な適用範囲は狭まるものの変形の大きさで表した適用範囲は広がることなどを明らかにした．

第４章は，初期不整を有する積層はりの解析結果と考察である．初期不整は熱ひずみ程度長さの異なる層を貼り合わせることにより与えており，拘束条件などは第３章と同様である．初期不整の大きさにより，微小変形解と有限変形解の定性･定量的特性の違いを調べ，微小変形解の適用範囲を検討している．初期不整が飛翔体の衝突する上層に存在する場合，初期不整の大きさや飛翔体初速度により，微小変形解と有限変形解の差が小さくなる場合があることなどを明らかにした．

第５章は結言であり，本研究で得られた結果を要約している．

これを要するに，著者は，衝撃荷重を受ける積層はりの動的有限変形解により微小変形解の評価を行い，その適用範囲を明らかにしたもので，機械工学，特に積層はりの衝撃特性評価に貢献するところ大なるものがある．よって著者は北海道大学博士（工学）の学位を授与される資格あるものと認める．