博 士（理 学） 江 渝

学 位 論 文 題 名

Mathematical Data Analysis for Magnetic Resonance Elastography

（Magnetic Resonance Elastography のデータ解析）

学位論文内容の要旨

近年，位相コントラスト法を用いたMRI（Magnetic Resonance Imaging，核磁気共鳴画像法）を低周波振動装置と組み合わせることで，MRE（Magnetic Resonance Elastography，核磁気共鳴弾性画像法）と呼ばれる新しい技術により生体内部に発生させた横波を計測することが出来るようになった（Muthupillai et al，1995，Science，1854—1857）。

初期癌は，その水素密度は正常的な部位と全く変わりなく，ただその堅さ（即ち弾性率）だけが異なる事が知られている。つまりMRI をもってしても初期癌の発見は理論的に難しい。しかしながら，MRE を用いて生体内部横波を計測し，組織の粘弾性率を再構成すれば，初期癌を発見することが可能である。

MRE はMSG（外部磁場傾斜，motion-sensitizing gradient）をそれぞれの変位方向に沿って与えながら，測定実験を繰り返すことにより，三次元的な波動場の変位を測定することができる。MRE は低速な時間調和定常波しかを使用するできないが、低速なので超音波を用いる場合より高感度と高解像度な測定が可能である．また，生体内部の深い所，例えば脳のような生体組織の粘弾性率を測定することも可能になる。

MRE 測定データより生体粘弾率を再構成することは逆問題に他ならない。この逆問題の解決には，生体内部波動場を記述する偏微分方程式モデルを必要とする。そしてこの偏微分方程式モデルと測定されたデータに基づいて，理論的・数値的逆解析を行うことが必要である。

偏微分方程式モデルとしては，動的な粘弾性等方方程式を用いる。この方程式の混合問題の解が時間的に指数減衰性することを示すことにより，我々のモデル方程式は，定常的な等方粘弾性方程式に置き換えてよい。ところで他のMRE 研究チームの研究では非圧縮性が仮定されることが多い。本論文では合理的かつ実用的な仮定の下で，漸近解析を用いて，定常的なモデル方程式の境界値問題の解が，修正ストークスシステムの境界値問題の解に近づくことを示した。また，MRE 実験に対しては，モデル方程式の境界条件が混合的な境界条件でなければならない。本論文ではこの様な境界条件を持った境界値問題の適切性を証明し，数値的なシミュレーションを行った。また，均質粘弾性体中を伝播する横波と縦波の位相速度を求める方法も提示した。これらすべての結果は，本論文中のMRE 逆問題の逆解析に有効に用いた。

逆解析では，まず有限回の観測により，粘弾性体の中に存在される未知的な介在物同定の一意性を示した。次に，数学的に厳密な再構成スキームを与えた。実用的な逆解析法としては，生体が区分的に均質な媒質という仮定のもとで，弱形式法，正則化された数値微分法，Morlet ウェーブレットによるウェーブレット解析法を提案した。生体が区分的に均質ではない場合の逆解析手法としては，最小二乗汎関数の射影勾配法を用いた最小化法を提案した。これらの実用的な逆解析法はすべて２次元，３次元的な数値データと実験データの両方に対して数値実験を行って，有効性を検証し，比較検討を行った。

学位論文審査の要旨

主　査　　教　授　　中　村　　玄

副　査　　教　授　　神　保　秀　一

副　査　　教　授　　由　利　美智子

学 位 論 文 題 名

Mathematical Data Analysis for Magnetic Resonance Elastography

(Magnetic Resonance Elastography のデータ解析)

MRI に振動装置を組み合わせた MRE を用いると、振動装置から発生する振動が生体内を伝わる波の変位情報が得られる。そこで、この生体内を伝わる波を記述する適当なモデル方程式を考え(以下生体内波動伝搬現象のモデリング問題とよぶ)、それを用いてこの波の変位情報を解析することにより生体の粘弾性率を求めること(以下生体粘弾性率同定定逆問題とよぶ)が出来れば、医師達の長年の夢である体内仮想触診が可能になる。
この学位論文では、

1) 生体内波動伝搬現象のモデリング問題
2) 生体粘弾性率同定逆問題

の二つの問題について研究している。

1) では、MRE で生体内に計測される波の主成分は横波成分である理由を数学的に解き明かしている。即ち、生体は粘弾性体と考えられるが、もっとも簡単な粘弾性体である Voigt 型等方粘弾性体を採用し、これのポアッソンポアッソン比が 0.5 に近い場合(即ち縦波の波長が横波波長に比べて極端に大きい場合)に、Voigt 型等方粘弾性体方程式の近似方程式が Stokes 方程式を修正した方程式(以下修正 Stokes 方程式とよぶ)であることを漸近解析により示し、それにより横波が支配的であることを示した。また、Voigt 型等方粘弾性体方程式が, MRE で計測される生体内の波を解析するための適切なモデル方程式であることを数値実験により示した。それと同時に修正 Stokes 方程式も近似モデル方程式として有効であることを、数値実験により示した。さらに生体が均質な所では、近似モデル方程式はもっと簡単なモデル方程式に出来ることを理論と数値実験で示した。

2) では、1) で得られたモデル方程式と近似モデル方程式を用いて、MRE で計測される生体内の波の情報から、生体の弾性率、粘性率を求めるデータ解析について、4つの方法を提案し、それらの有効性を数値実験により検討している。 つかのモデル方程式を、理論と数値計算・実験結果をもとに検証している。そして、これらのモデル方程式を用いたさまざまな逆解析手法を提案して、それらの手法の特性を評価している。

MRE の生体粘弾性率同定逆問題の研究は諸外国にいて盛んであるが、それら諸外国における研究に比べて、この学位論文の研究は数学理論において格段に優れている。そればかりでなく、この学位論文のような生体粘弾性率同定逆問題の総合的な研究はほとんど皆無であり、今後当該テーマの研究に資するところは多大である。

この学位論文の一部分の内容は、すでに国際的な学術誌に掲載済みであり、他の部分もそれを幾つかにわけて国際的な学術誌に出版可能なものである。

よって著者は北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格があるものと認める。